Het meten van een groep

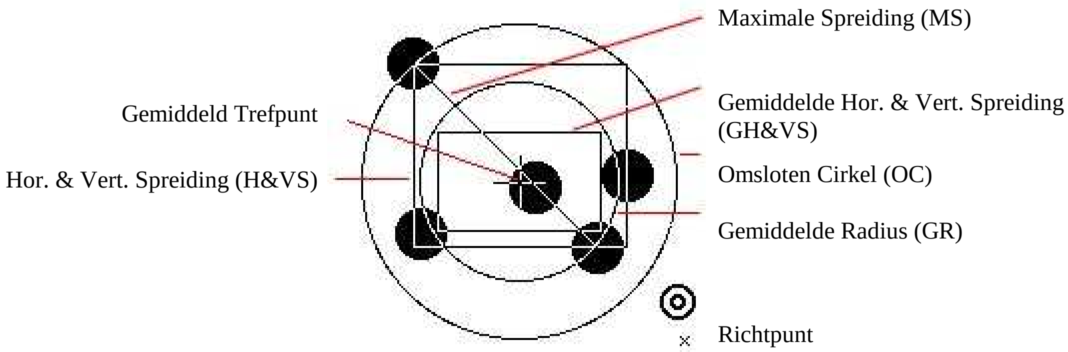
Dit artikel geeft uitleg over de verschillende manieren om groepen te ‘lezen’ en wanneer toe te passen. Sommige metingen zijn eentonig en vervelend om met de hand uit te voeren, maar kunnen met een computer en/of calculator gemakkelijk berekend worden.

Op internationaal niveau wedstrijden schieten en het behalen van wereldklasse scores vereist een maximale trefzekerheid van zowel geweren als munitie. Een nauwkeurigheid van 1 Minute of Angle is een acceptabele waarde. De betere kwaliteit wedstrijdgeweren zullen hieraan voldoen, net als top kwaliteit munitie. Om te winnen is een nauwkeurigheid van ¾ MOA noodzakelijk.

Een serie schoten vormt een patroon of groep op de schijf en de vorm van deze groep vormt omdat ieder schot onderworpen is aan afwijkingen of inwerking van factoren van buitenaf die van schot tot schot kunnen variëren.
Sommige afwijkingen zullen effect hebben op de grootte of spreiding van de groep (gelijkmatigheid), andere factoren hebben invloed op de positie van de groep in relatie tot het centrum van de schijf (nauwkeurigheid). De schutter kan sommige factoren beheersen terwijl andere oncontroleerbaar zijn.
De afwijkingen waar de schutter controle over heeft worden “systematische afwijkingen” genoemd. En zullen van toepassing zijn op enkele of alle schoten in de groep. In het algemeen hebben ze invloed op het gemiddelde trefpunt van de groep. Voorbeelden hiervan zijn: afwijkingen veroorzaakt door de schutter door een slechte trekkertechniek, verkeerd vasthouden van het geweer, onregelmatigheden bij het richten en afwijkingen in de houding, afwijkingen veroorzaakt door het geweer door het verkeerd afstellen van de richtmiddelen, beschadigde richtmiddelen, losse systeembouten of een slecht contact tussen systeem en kolf.
Afwijkingen waar de schutter geen controle over uitoefent zijn “toevallige” afwijkingen die, hoe klein ook, optreden door verschillen tussen de onderlinge patronen (kogelgewicht, kogeldiameter, concentriciteit en kruitlading) en door onregelmatigheden in het mechanische gedeelte van het geweer. Al deze afwijkingen hebben invloed op de spreiding van de groep om het gemiddelde trefpunt.

We zien dat de spreiding, of grootte van de groep, bepaald wordt door de schietvaardigheid van de schutter, het correct functioneren van het geweer en de gelijkmatigheid van de gebruikte munitie. Het totaal van deze afwijkingen zien we terug in de grootte van de groep elke meetbaar is. De nauwkeurigheid van de combinatie schutter-geweer-munitie is het gemiddelde van een aantal groepen, gemeten volgens een van de methodes die in gebruik zijn.

Spreiding analyse methoden



Lintmeting
Dit is een oude methode die nog steeds gebruikt wordt om de vaardigheid van een schutter te bepalen bij het raken van een schijf. Er wordt vanuit gegaan dat het richtpunt altijd het gewenste trefpunt is, en het totaal bestaat uit de som van de afstanden van het richtpunt tot het centrum van het kogelgat. Vroeger werd een lint of touwtje gebruikt om de afstanden te meten, vandaar de naam. De meting kan niet gebruikt worden om de stand van de richtmiddelen te analyseren, omdat enkel de grootte van de fout en niet de richting wordt gemeten. Het is ook niet geschikt voor het meten van de spreiding, want een kleine groep op een grote afstand van het richtpunt geeft ook een grote uitkomst.

Maximale Spreiding (Engels: Extreme Spread)
De maximale spreiding is simpelweg de afstand tussen het centrum van de twee verst uiteen liggende schoten van een groep. Bij de SCATT wordt dit aangeduid met de term “bullet dispersion”. Dit is de meest gebruikte methode omdat het tevens de meest eenvoudige methode is. Men gaat er van uit dat het middelpunt van de cirkel ook het gemiddelde trefpunt - het middelpunt van de groep is. Jammer genoeg houdt deze methode alleen rekening met de twee verst uiteen liggende schoten van de gehele groep waardoor een zeer kleine groep van tien schoten met één afzwaaier hetzelfde resultaat kan geven als een groep van twee schoten met grote spreiding. Het levert dan ook geen statistisch significant resultaat voor het vergelijken van de spreiding.

Omsloten Cirkel (Engels: Covering Circle)

De omsloten cirkel is de diameter van de kleinste cirkel die alle schoten van een groep omsluit. Dit is de meest gebruikte methode. Het wordt algemeen toegepast en werd lange tijd gebruikt door de het Engelse leger totdat deze overstapte naar de Maximale Spreiding. Ook bij deze methode gaat men er van uit dat het middelpunt van de cirkel ook het middelpunt van de groep is. Deze aanname is in de praktijk zelden waar en ook deze methode wordt verstoord door ‘afzwaaiers’.

Zoals het diagram aangeeft wordt de spreiding in de methoden die tot dusver besproken zijn door slechts enkele schoten van een groep bepaald. Daarom geven ze pas een redelijk inzicht in de werkelijke spreiding als een groot aantal groepen geschoten en gemeten worden. Dit probleem voorkomen we door op een van de volgende manieren te meten.

Horizontale en Verticale Spreiding (Engels: Horizontal and Vertical Spread)
De grootste waarden van de horizontale en verticale spreiding van de groep. Het is gemakkelijk te meten en geeft, vooropgesteld dat de groep een redelijk gelijkmatige vorm heeft, een betrouwbare indicatie van de spreiding.

Gemiddelde Horizontale en Verticale Spreiding (Engels: Average Horizontal and Vertical Spread)
De Gemiddelde Horizontale en Verticale Spreiding is het gemiddelde van de afwijkingen vanaf het werkelijke middelpunt ten opzichte van de X-as en Y-as. Het is een betere methode den de Horizontale en Verticale Spreiding omdat de waarden ‘gemiddeld’ worden om de invloed van afzwaaiers te verminderen.

Gemiddelde Horizontale en Verticale Afwijking (Engels: Average Horizontal and Vertical Deviation)
De Gemiddelde Horizontale en Verticale Afwijking (GH&VA) vergelijkt het statistische centrum van de groep met het richtpunt. Het geeft nauwkeurig aan waar het centrum van de groep zich bevindt door middel van een horizontale en verticale waarde en hoe goed de richtmiddelen van het geweer zijn afgesteld om het centrum van het visueel te raken. De methode kan gebruikt worden om de richtmiddelen te verstellen als de waarden worden geconverteerd naar Minutes Of Angle of het aantal klikken per ring.

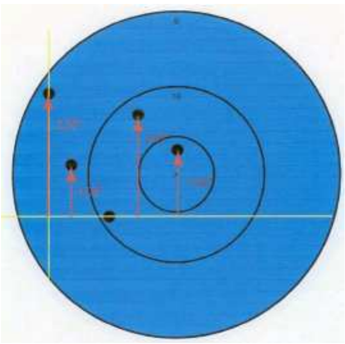
Gemiddelde Radius (Engels: Mean Radius)
De Gemiddelde diameter is de gemiddelde radius van de groep tot het werkelijke (statistische) middelpunt van de groep (niet het richtpunt) en wordt bepaald in meerdere stappen.
* Trek een X-as en Y-as op een gemakkelijke positie ten opzichte van de groep. Het eenvoudigste is een lijn door het meest linker schot en het onderste schot (figuur 1). Het snijpunt van beide lijnen wordt het punt met de coördinaten (0,0). Alle coördinaten van de schoten worden bepaald vanaf dit punt.
* Meet de afstand van het centrum van ieder schot tot de X-as en Y-as (figuur 2 en 3). Deze afstanden noemen we X en Y.
* Tel de gemeten X-afstanden en de Y-afstanden op.
* Bepaal het gemiddelde door de twee totalen te delen door het aantal schoten. De zo gevonden gemiddelde X-waarde en Y-waarde vormen het rekenkundig middelpunt van de groep en worden op de X-as en Y-as uitgezet.
* Meet van ieder schot de afstand van het rekenkundig middelpunt tot het centrum van ieder schot. Deze afstanden noemen we Xc en Yc.
Wil je de afstanden van de schoten tot het rekenkundig middelpunt berekenen in plaats van meten, gebruik dan de formule:

$$A = \sqrt{(X - Xc)^2 + (Y - Yc)^2}$$

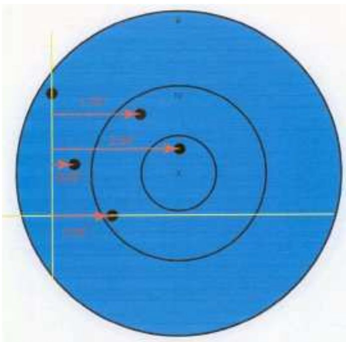
* Tel de afstanden bij elkaar op (figuur 5) en deel het totaal vervolgens door het aantal schoten. De uitkomst is de gemiddelde radius (de gemiddelde afwijking) van de groep (figuur 6). Door de gemiddelde radius met twee (2) te vermenigvuldigen vindt je de Gemiddelde Diameter.

Deze meetmethode toont op nauwkeurige wijze hoe ver een schot vanaf het werkelijke middelpunt van de groep treft. Omdat alle schoten in de groep gemeten worden en afzwaaiers minder invloed uitoefenen op het resultaat is deze methode een nauwkeurige indicator van de spreiding en hoeven er minder groepen geschoten te worden dan bij andere methodes. Hierdoor geeft deze methode een statistisch correcte uitkomst voor het vergelijken van een serie schijven of groepen.
De Omsluitende Cirkel mag slechts een klein beetje groter zijn dan de Gemiddelde Diameter. Een groot verschil tussen de beide metingen geeft een fout door de schutter of slechte munitie aan.

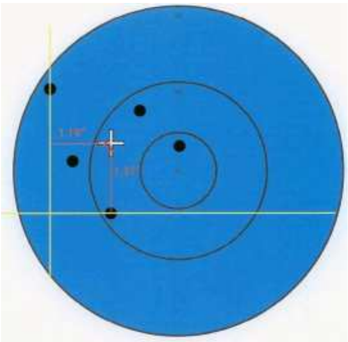
figuur 1



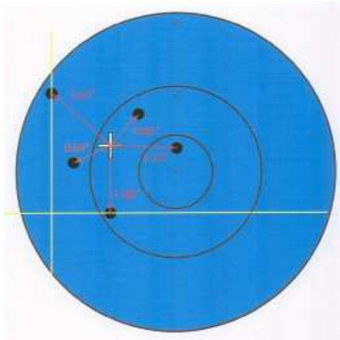
figuur 2



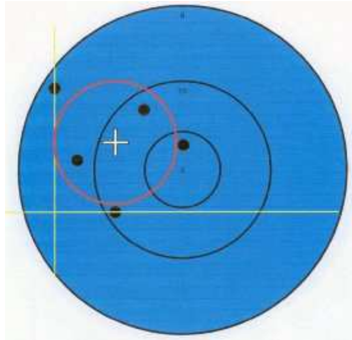
figuur 3



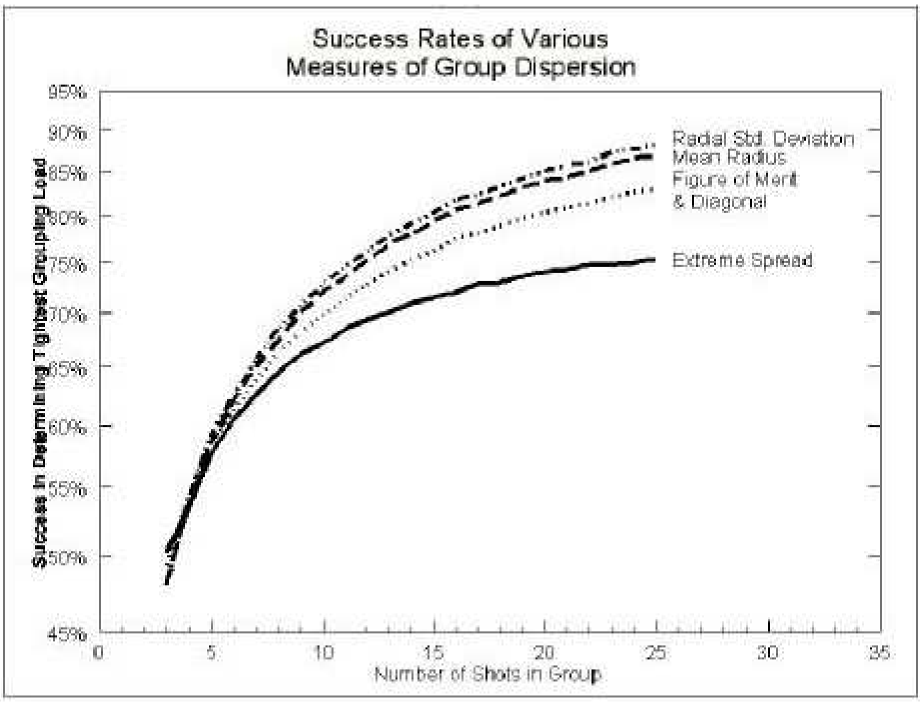
figuur 4



figuur 5

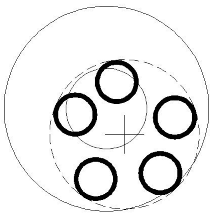


figuur 6

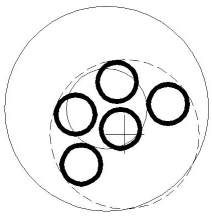


De standaardafwijking

Om een hoge score te behalen willen we natuurlijk dat alle schoten op hetzelfde punt (bij voorkeur het centrum van de 10-ring) treffen. Daarom is het belangrijk dat de schoten zo dicht mogelijk om het middelpunt van de groep gepositioneerd zijn. De tot nu toe besproken methodes geven een goed inzicht in het bepalen van de gemiddelde spreiding van de treffers en het rekenkundig middelpunt van de groep. Het vertelt ons nog echter niets over de verdeling van de schoten binnen de groep.
De schoten kunnen gelijkmatig over de groep verdeeld zijn, maar ze kunnen ook op een kluitje zitten met een enkele afzwaaier die de groep zijn maximale spreiding geeft. Daarom maken we gebruik van de standaard deviatie. Het is een goede methode voor het analyseren van de gelijkmatigheid van de munitie en het vergelijken van groepen met een zelfde spreiding.
Een voorbeeld:



groep 1



groep 2

In beide gevallen zijn vijf schoten afgevuurd op een 50m ISSF-schijf en is de 10-ring en de 9-ring afgebeeld. Beide groepen hebben dezelfde spreiding (grootte van de groep), aangegeven met de stippellijn, volgens de Omsloten Cirkel (Covering Circle) methode en het middelpunt van de omsluitende cirkels ligt op exact dezelfde plaats. Bij groep 1 zijn de schoten redelijk gelijkmatig over de groep verdeeld en scoren 47 punten, bij groep 2 liggen de schoten dichter opeen en scoren 50 punten.
Om beide groepen op een goede wijze met elkaar te kunnen vergelijken maken we gebruik van de standaardafwijking, ook wel standaard deviatie genoemd.
De standaardafwijking is een maat voor de gemiddelde afstand tussen de schoten en het rekenkundig gemiddelde (het middelpunt van de groep). Het geeft de mate van verspreiding aan. Liggen de treffers ver van het middelpunt af (groep 1), dan heeft de standaardafwijking een hoge waarde. Wanneer alle treffers dicht bij het middelpunt liggen (groep 2), dan heeft de standaard deviatie een lage waarde.

Een lage standaard deviatie geeft dan ook aan dat de schoten en de groepen een hoge ‘stabiliteit’ hebben.

De standaardafwijking kunnen we gemakkelijk in zeven stappen berekenen (Stap 1 en 2 hebben we ook al uitgevoerd bij het bepalen van de gemiddelde radius).
Stap 1 : Het middelpunt van de groep bepalen
Meet de afstand van het centrum van ieder schot tot een X-as en Y-as die op een gemakkelijke positie ten opzichte van de groep getrokken worden. Tel de X-afstanden en de Y-afstanden op en deel deze door het aantal schoten. Zet de twee afstanden uit op de X-as en de Y-as.
Stap 2 : De afstanden tot het middelpunt bepalen
Meet of bereken de afstanden van het centrum van ieder schot tot het in stap 1 berekende rekenkundig middelpunt.
Stap 3 : Kwadrateren
Bereken het kwadraat van iedere in stap 2 gemeten/berekende afstand (kwadraat = afstand x afstand).
Stap 4 : Optellen
Tel de gekwadrateerde getallen bij elkaar op. Deze handeling elimineert tevens eventuele negatieve waarden van de berekening.
Stap 5 : N-1
Tel het aantal schoten in de groep en trek daar een (1) van af.
Stap 6 : Delen
Deel de som van de kwadraten (stap 4) door de waarde berekend bij stap 5.
Stap 7 : Trek de wortel
Trek de wortel uit het bij stap 6 berekende getal. De uitkomst is de standaardafwijking – hoe lager, hoe beter!

In formuleform:

de som van i=1 tot en met n
wortel
het verschil tussen waarneming en het gemiddelde
standaard deviatie

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{n-1}}$$

aantal waarnemingen

Door de grootte van de groep en het rekenkundig middelpunt door middel van de Gemiddelde Radius (Mean Radius) methode te bepalen en daarna de standaardafwijking te berekenen hebben we een betrouwbare methode gevonden om de grootte van groepen én de constantheid van de spreiding te bepalen.

Eenheden van meting
Spreiding kan gemeten en uitgedrukt worden in eenheden van lengte. De afstand tot de schijf is dan belangrijk en moet vermeld worden. Bijvoorbeeld: “15mm op 50 meter”. De spreiding kan ook uitgedrukt worden in een hoek – “Minutes of Angle” (MOA). Deze wijze is onafhankelijk van de afstand. Bijvoorbeeld: “een maximale spreiding van 2 MOA”. 1 MOA komt overeen met 1/60^e graad wat gelijk is aan 1 inch op 100 yards, of 29.1mm op 100 meter.

De MOA kan je berekenen door behulp van de formule:
Projectie = 2 x Tan[(1/60)/2] x schotsafstand (projectie en schotsafstand in meters, MOA in graden)
Voorbeeld:
2 x tangens van [0.00833] x 100 meter = 0,02908 Meter = 29,08 Millimeter. Dus op 100 meter is 1 MOA 29.08 mm of afgerond 29,1 mm

Afstand (m)	1 MOA (mm)	1/2 MOA (mm)	1/4 MOA (mm)	1/8 MOA (mm)
12	3.6	1.8	0.9	0.45
25	7.3	3.6	1.8	0.9
50	14.5	7.3	3.6	1.8
100	29.1	14.5	7.3	3.6

Het effect van het aantal schoten op de spreiding
De grootte van de groep neemt toe met het aantal afgevuurde schoten. In theorie kan de werkelijke spreiding van de groep pas bepaald worden als een heleboel schoten - door statistici de “populatie” van de groep genoemd - zijn afgevuurd.
Volgens formules die in kansberekeningen worden toegepast blijkt dat de kans op een afzwaaier bij een testgroep van veertig schoten ten opzichte van een testgroep van zestig schoten slechts weinig toeneemt. Het vergroten van het aantal schoten in een groep van veertig tot zestig of nog hoger, verhoogt het gemiddelde dus niet noemenswaardig. Hierdoor zal de spreiding van een veertig-schots groep een redelijk betrouwbare schatting van de ware spreiding van de munitie geven.

Wanneer op een schijf onder gelijk blijvende omstandigheden geschoten wordt en daarbij alle controleerbare variabelen uitgesloten worden, treffen de schoten toch niet allemaal op hetzelfde punt maar tonen afwijkingen. Bij de waarschijnlijkheden van voorvallen onderscheidt men toevallige, zekere en onmogelijke voorvallen. Bij toevallige voorvallen wordt het begrip relatieve succeskans:

$$r = \frac{m}{n}$$

m = het optreden van een bepaalde gebeurtenis
n = het aantal onafhankelijke pogingen

Voorbeeld: met een geweer worden 30 schoten afgevuurd waarvan er 18 treffen
r = 18/30 = 0.6 dit komt overeen met 60%.

Grotere afwijkingen worden minder naarmate er meer pogingen uitgevoerd worden – de stabiliteit van de relatieve succeskans neemt toe. De grenswaarde van de relatieve succeskans die met vele pogingen stijgt ten opzichte van de relatieve waarschijnlijkheid, bepaalt men uit de rekenkundige succeskans

$$P = \frac{M}{N}$$

M = het aantal gelijkwaardige voorvallen
N = het aantal pogingen

De waarschijnlijkheid dat een voorval optreedt is een getal tussen 0 (nul) en 1 (één). Wanneer het absoluut zeker is dat een voorval optreedt, heeft het een waarschijnlijkheid van 1, kan het voorval onmogelijk optreden dan heeft het een waarschijnlijkheid van 0. De waarschijnlijkheid van het gelijktijdig optreden van een aantal onafhankelijke voorvallen is gelijk aan het product van de waarschijnlijkheid van de voorvallen; de vermenigvuldigingstheorie.

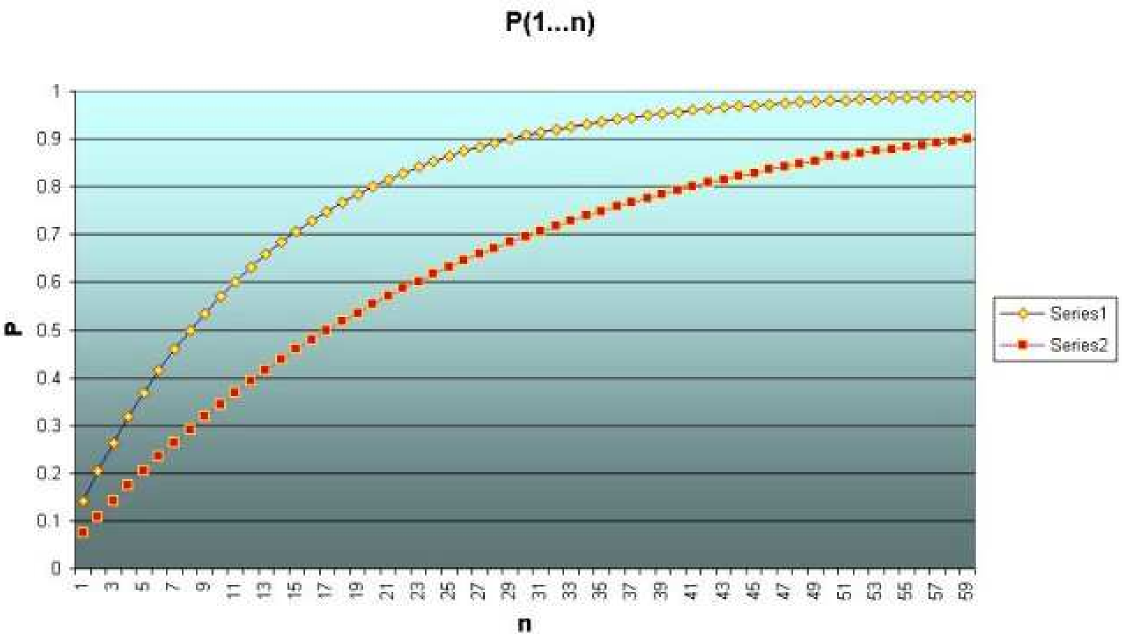
De waarschijnlijkheid met één schot te treffen (het succespercentage) is p. Wanneer p=1, is 1 treffer genoeg om het doel te treffen. Hoe groot is dan de kans P om met n schoten het doel tenminste één maal te treffen?

(1 - p) is de kans om het doel niet te treffen; $(1-p)^n$ is de kans om met n schoten het doel niet te treffen (dit is overeenkomstig de vermenigvuldigingstheorie).
De gevraagde kans P is dus

Pn(1…n) = 1 − $(1-p)^n$ Pn(1…n) = de kans op het aantal treffers dat bij n schoten plaatsvindt

Door bovenstaande formule toe te passen en de waarschijnlijkheid ‘p’ in te vullen vinden we de kans ‘P’ op treffers dat bij n schoten plaatsvindt.

n p	**0.99**	**0.97**	**0.95**	**0.93**	**0.9**
2	0.142	0.110	0.095	0.085	0.080
3	0.206	0.161	0.139	0.125	0.109
5	0.319	0.253	0.221	0.199	0.175
10	0.536	0.443	0.393	0.358	0.319
15	0.684	0.584	0.527	0.584	0.438
20	0.785	0.689	0.632	0.689	0.536
40	0.954	0.903	0.864	0.830	0.785
60	0.990	0.970	0.950	0.930	0.900



De kans P(1…n) op treffers bij n schoten en de waarschijnlijkheid p=0.99 (serie1) en p=0.90 (serie2)

Uit de tabel blijkt dat bij een toenemende waarschijnlijkheid ‘p’ en het aantal schoten ‘n’ de kans op een treffen toeneemt. Bij n=40 neemt de kans bij een goede munitie kwaliteit nog nauwelijks toe, zodat we kunnen stellen dat we bij dit aantal schoten een redelijk betrouwbaar beeld van de spreiding hebben verkregen. Wordt de waarschijnlijkheid ‘p’ kleiner, bijvoorbeeld bij een slechtere kwaliteit munitie, dan neemt de kans ‘P’ af en is een groter aantal testschoten nodig.

Het minimaal aantal benodigde schoten berekenen
Omgekeerd kan je ook berekenen hoeveel schoten minimaal nodig zijn om bij een bepaalde kans ‘P’ en waarschijnlijkheid ‘p’ een redelijk betrouwbare beeld van de spreiding te krijgen. Hiervoor wordt de volgende formule gebruikt:

$$n = \frac{\log(1-P)}{\log(1-p)}$$

Schotbeeld Evaluatie Programma, Kansrekening- en Schotbeeld Registratie Programma
Met het Excel-programma **Schotbeeld Evaluatie.xls** kan je gebruiken voor het maken van een schotbeeld evaluatie voor het testen van munitie met:

* 5 schoten
* 10 schoten
* 20 schoten
* 40 schoten

Met het Excel-programma **Kans60-schotbeeld50m-10m.xls** kan je gebruiken voor het maken van:

* een kansrekening
* bepaling van het minimaal aantal benodigde testschoten
* schotbeeld registratie van 60 schoten KKG op een 50m ISSF schijf

Copyright © revisie februari 2008 Thijsse Schietsport Advies.
Alle rechten voorbehouden